سوال:

فرض کنید و بردار هایی در مجموعه برداری می باشد. همچنین فرض کنید، و باشند. نشان دهید

پاسخ:

اثبات این که دارای دو بخش است. در قسمت اول باید اثبات کنید که زیرمجموعه است. و در قسمت دوم باید نشان دهیم زیرمجموعه ای از می باشد.

قسمت اول اثبات)

یک بردار معمولی در زیرفضا به فرم و یک بردار معمولی در زیر فضا به فرم می باشد. مجموع این دو بردار ترکیب خطی از می باشد پس بنابراین متعلق به می باشد. بنابراین یک زیرمجموعه از می باشد.

قسمت دوم اثبات)

از آنجایی که هر بردار مانند در زیرفضای برداری را می توان به فرم می توان نوشت و همچنین از آنجایی که بردار صفر در زیرفضای برداری می باشد (همچنین در زیرفضای برداری نیز هست. بنا بر اولین شرط از زیرفضا بودن یک مجموعه برداری) پس هر برداری در در نیز خواهد بود. همچنین بنا به شرط زیرفضا بودن، زیرفضای برداری نسبت به جمع برداری و ضرب اسکالر بسته می باشد(چرا که یک زیرفضا از فضای برداری می باشد.) بنابراین زیرفضایی از می باشد. همین قاعده را می توان برای اثبات اینکه زیرفضایی از می باشد، استفاده کرد. بنابراین هر یک از بردار های متعلق به خواهند بود بنابراین ترکیب خطی این بردار های نیز متعلق به خواهد بود چرا که یک زیر فضا است. (شرط دوم زیرفضا بودن)

برای اثبات زیرفضا بودن درستی سه شرط مربوط به زیرفضا بودن را چک کنید.

بنابراین در نهایت می توانیم بگوییم که زیرمجموعه از می باشد.